

Resolução do problema 7 com cálculo diferencial

- **Escolha de um referencial adaptado**

$$A = (0, 4), \quad B = (10, 8), \quad \text{recta } r : y = 0$$

- **Variável :**

$$x = \overline{OP} = \text{abscissa do ponto } P$$

- **Soma das distâncias $S(P) = \overline{AP} + \overline{PB}$, como função de x :**

$$\begin{aligned} S(x) &= \overline{AP} + \overline{PB} \\ &= \sqrt{4 + x^2} + \sqrt{64 + (10 - x)^2} \end{aligned}$$

- **Cálculo da derivada $S'(x)$:**

$$S'(x) = \frac{2x}{2\sqrt{4 + x^2}} + \frac{-2(10 - x)}{2\sqrt{64 + (10 - x)^2}}$$

- **Cálculo dos zeros da derivada :**

$$\begin{aligned} S'(x) &= \frac{x}{\sqrt{4 + x^2}} + \frac{-(10 - x)}{\sqrt{64 + (10 - x)^2}} = 0 \\ &\Leftrightarrow 3x^2 + 4x - 20 = 0 \\ &\Leftrightarrow x = -10/3 \text{ ou } x = 2 \end{aligned}$$

- Para $x = -10/3$ obtemos o ponto $P = (-10/3, 0)$ e a soma das distâncias $\overline{AP} + \overline{PB}$ é, neste caso, igual a:

...

- Para $x = 2$ obtemos o ponto $P = (2, 0)$ e a soma das distâncias $\overline{AP} + \overline{PB}$ é, neste caso, igual a:

...

Conclusão: Fazendo o estudo do sinal de $S'(x)$ à esquerda e à direita de $x = -10/3$ e à esquerda e à direita de $x = 2$ (faz esse estudo como exercício), concluímos . As duas soluções correspondem às duas soluções geométricas representadas nas figuras seguintes: